

Ratnadewi
Agus Prijono
Heri Andrianto
Novie Theresia Pasaribu
M. Jimmy Hasugian

MATEMATIKA TEKNIK

UNTUK PERGURUAN TINGGI

REVISI KEDUA

Menggambar Grafik dan Sketsa Suatu Persamaan | Fungsi | Limit dan Fungsi Kontinu | Turunan | Penggunaan Turunan | Fungsi Transenden | Integral | Teknik Pengintegralan | Penggunaan Integral | Irisan Kerucut dan Koordinat Kutub | Turunan Dalam Ruang Dimensi- n | Integral dalam Ruang- n | Persamaan Diferensial | Bilangan Kompleks | Integrasi Kompleks | Barisan dan Deret Tak Terhingga | Deret Pangkat | Deret Taylor dan Deret Maclaurin | Deret Laurent dan Integral Residu | Sistem Persamaan Linear dan Matriks | Konsep Matriks dan Operasi Matriks | Vektor Ruang D-2, D-3 | Transformasi Linear | Ruang Vektor Euclidean | Kalkulus Diferensial Vektor | Integral Garis, Integral Permukaan, dan Integral Volume | Teorema Integral

Disertai Latihan, Soal-soal,
dan Pembahasannya



Penerbit **REKAYASA SAINS**

DB. 14/08/2023.

Matematika Teknik

Revisi Kedua

Ratnadewi
Agus Prijono
Heri Andrianto
Novie Theresia Pasaribu
M. Jimmy Hasugian

Tgl. Terima : 17 April 2023

No. Induk : 2662. MONOGRAF. PEPI. 04-13

Asal Bahan Pustaka : (~~Beli~~/Tukar/Hadiah)

Dari : Pegawai PEPI



Rekayasa Sains

Matematika Teknik

Ratnadewi, Agus Prijono, Heri Andrianto, Novle Theresla Pasaribu, M. Jimmy Hasuglan
© 2019, Penerbit Rekayasa Sains, Bandung
Pemasaran: BI-Obses Pasar Buku Palasari No. 82 Bandung 40264
Telp. (022) 7317812 - Fax. (022) 7317896

Cetakan Pertama: September 2019

ISBN: 978-979-3784-93-9

Kata Pengantar

Matematika merupakan ilmu yang paling banyak dibutuhkan di hampir semua lapisan masyarakat, mulai dari tingkat pendidikan Sekolah Dasar sampai dengan tingkat pendidikan Perguruan Tinggi. Di perguruan tinggi pada umumnya dan lebih spesifik pada bidang/jurusan teknik sangatlah membutuhkan dasar matematika untuk Teknik.

Kebutuhan dan keharusan mata kuliah Matematika Teknik untuk diajarkan di jurusan-jurusan Teknik di Perguruan Tinggi merupakan salah satu faktor yang ikut menentukan keberhasilan studi mahasiswa. Sementara itu, seringkali banyak mahasiswa merasa kesulitan dalam mempelajarinya. Oleh karena itu, pada buku ini diberikan topik-topik dari mata kuliah Matematika Teknik dengan cara penyajian yang diharapkan mudah dipahami oleh para pembacanya.

Buku ini menyajikan teori-teori secara singkat dan pemecahan masalah matematis yang berhubungan dengan: sistem bilangan, grafik, fungsi, limit, turunan (diferensial), penggunaan turunan, fungsi transenden, integral, teknik pengintegralan, penggunaan integral, irisan kerucut dan koordinat kutub, turunan dalam ruang dimensi- n , integral dalam ruang dimensi- n , persamaan diferensial, bilangan kompleks, integrasi kompleks, barisan dan

deret tak terhingga, deret pangkat, deret Taylor dan deret MacLaurin, deret Laurent dan Integral Residu, Sistem Persamaan Linear dan Matriks, Konsep Matriks dan Operasi Matriks, Vektor Ruang D-2 dan D-3, Transformasi Linear, Ruang Vektor Euclidean, Kalkulus Diferensial Vektor, Integral Garis, Integral Permukaan, dan Integral Volume, Teorema Integral.

Terima kasih, kami (tim penulis) sampaikan pada berbagai pihak yang telah mendukung kelancaran dan terciptanya buku ini. Semoga berbagai masukan dan saran tersebut dapat melengkapi dan menyempurnakan buku ini.

Tim penulis

Juli 2019

Kata Pengantar

Daftar Isi

Bab 1.

B

Daftar Isi

Kata Pengantar	iii
Daftar Isi	v
Bab 1. Pendahuluan	1
1.1 Sistem Bilangan Riil	1
1.2 Soal dan Penyelesaian	3
1.3 Beberapa Istilah Bilangan Riil	5
1.4 Selang/Interval	6
1.5 Polinom (Suku Banyak)	6
1.6 Pertaksamaan	7
1.7 Soal dan Penyelesaian	7
1.8 Nilai Mutlak	12
1.9 Akar Kuadrat dan Kuadrat	13
1.10 Soal dan Penyelesaian	13
Bab 2. Menggambar Grafik dan Sketsa Suatu Persamaan ...	23
2.1 Bidang dan Grafik dari Satu Variabel	23
2.2 Simetri	24
2.3 Soal dan Penyelesaian	26
2.4 Grafik Pertaksamaan	39
2.5 Soal dan Penyelesaian	40

Bab 3. Fungsi	45	5.6
3.1 Pendahuluan Fungsi.....	45	5.7
3.2 Pengoperasian pada Suatu Fungsi.....	50	5.8
3.3 Soal dan Penyelesaian	50	5.9
3.4 Fungsi Komposisi/Fungsi Tersusun.....	53	5.1
3.5 Soal dan Penyelesaian	54	5
3.6 Fungsi Inversi (Balikan).....	56	5

Bab 4. Limit dan Fungsi Kontinu	59
4.1 Limit Suatu Fungsi	59
4.2 Teorema Limit	62
4.3 Soal dan Penyelesaian	65
4.4 Limit Fungsi Trigonometri	69
4.5 Soal dan Penyelesaian	70
4.6 Limit Satu Sisi.....	72
4.7 Soal dan Penyelesaian	73
4.8 Limit Tak Hingga dan Limit Menuju Tak Hingga	76
4.9 Soal dan Penyelesaian	81
4.10 Kekontinuan Fungsi pada Sebuah Titik	83
4.11 Kekontinuan $f(x)$ pada suatu Selang	84
4.12 Soal dan Penyelesaian	87

Bab 5. Turunan	91
5.1 Turunan Suatu Fungsi (<i>Differential</i>)	91
5.2 Soal dan Penyelesaian	96
5.3 Aturan Rantai untuk Turunan Fungsi Komposisi	98
5.4 Soal dan Penyelesaian	99
5.5 Turunan Fungsi Trigonometri	102

45	5.6	Soal dan Penyelesaian	103
45	5.7	Turunan Fungsi Logaritma	106
50	5.8	Soal dan Penyelesaian	107
50	5.9	Turunan Fungsi Implisit	111
53	5.10	Soal dan Penyelesaian	112
54	5.11	Turunan Fungsi Eksponen	114
56	5.12	Soal dan Penyelesaian	115
59	5.13	Turunan Fungsi Siklometri	118
59	5.14	Soal dan Penyelesaian	119
62	5.15	Turunan Fungsi Hiperbolik	122
65	5.16	Turunan Tingkat Tinggi	123
69	5.17	Turunan Fungsi Dalam Bentuk Parameter	124
70	5.18	Soal dan Penyelesaian	124
72	Bab 6.	Penggunaan Turunan	127
73	6.1	Persamaan Garis Singgung dan Persamaan Garis normal	127
76	6.2	Persamaan Garis Normal	128
81	6.3	Sudut Perpotongan Dua Kurva	130
83	6.4	Nilai Maksimum dan Nilai Minimum	130
84	6.5	Kemonotonan, Kecekungan, dan Titik Balik	133
87	6.6	Penggambaran Grafik Canggih	136
91	6.7	Dalil L'Hospital	142
91	Bab 7.	Fungsi Transenden	147
96	7.1	Pengertian Fungsi	147
98	7.2	Fungsi Logaritma Asli	148
99	7.3	Soal dan Penyelesaian	149
102	7.4	Fungsi Balikan (Inversi) dan Turunannya	153

7.5	Soal dan Penyelesaian	153
7.6	Fungsi Eksponen Asli	155
7.7	Soal dan Penyelesaian	156
7.8	Fungsi Eksponen Umum	157
7.9	Soal dan Penyelesaian	158
7.10	Fungsi Logaritma Umum	159
7.11	Soal dan Penyelesaian	159
7.12	Fungsi Trigonometri Balikan (Inversi)	160
7.13	Soal dan Penyelesaian	160
7.14	Turunan Fungsi Trigonometri	161
7.15	Soal dan Penyelesaian	162
7.16	Fungsi Hiperbolik dan Balikannya	163
7.17	Soal dan Penyelesaian	165

Bab 8. Integral 167

8.1	Pengertian Anti Turunan (Integral Tak-tentu)	167
8.2	Soal dan Penyelesaian	172
8.3	Persamaan Diferensial	175
8.4	Penulisan Jumlah dan Sigma	177
8.5	Pendahuluan Luas	180
8.6	Integral Tentu	182
8.7	Teorema Dasar Kalkulus	185
8.8	Sifat-sifat Integral Tentu Lebih Lanjut	185
8.9	Bantuan dalam Penghitungan Integral Tentu	186

Bab 9. Teknik Pengintegralan 189

9.1	Pengintegralan dengan Penggantian (substitusi)	189
9.2	Soal dan Penyelesaian	191

153
155
156
157
158
159
159
160
160
161
162
163
165
167
167
172
175
177
180
182
185
185
186
189
189
191

9.3	Beberapa Integral Trigonometri	208
9.4	Soal dan Penyelesaian	209
9.5	Penggantian yang Merasionalkan	209
9.6	Soal dan Penyelesaian	210
9.7	Integral Parsial	214
9.8	Soal dan Penyelesaian	215
9.9	Pengintegralan Fungsi Rasional	220
9.10	Soal dan Penyelesaian	222
9.11	Integral Trigonometri dalam Pecahan Rasional	226
9.12	Soal dan Penyelesaian	228
9.13	Macam-macam Substitusi Untuk Beberapa Fungsi Irrasional	229
9.14	Soal dan Penyelesaian	230
9.15	Rumus-rumus Reduksi	232
9.16	Soal dan Penyelesaian	234

Bab 10. Penggunaan Integral	237
10.1 Luas Daerah Bidang Rata.....	237
10.2 Soal dan Penyelesaian	244
10.3 Panjang suatu lengkungan (Kurva)	253
10.4 Soal dan Penyelesaian	254
10.5 Volume Benda Putar	255
10.5.1 Metode Isi Tabung	255
10.5.2 Soal dan Penyelesaian.....	258
10.5.3 Metode Kulit Tabung	259
10.5.4 Soal dan Penyelesaian.....	261

Bab 11. Irisan Kerucut dan Koordinat Kutub

11.1	Pendahuluan	267
11.2	Parabola	267
11.3	Elips dan Hiperbola	268
11.4	Translasi	268
11.5	Rotasi Sumbu	271
11.6	Sistem Koordinat Kutub (Polar)	272
11.7	Soal dan Penyelesaian	274
		275

Bab 12. Turunan Dalam Ruang Dimensi-n

12.1	Fungsi Dua Peubah atau Lebih	281
12.2	Soal dan Penyelesaian	282
12.3	Turunan Parsial	282
12.4	Soal dan Penyelesaian	288
12.5	Limit dan Kekontinuan	290
12.6	Soal dan Penyelesaian	292
12.7	Keterdiferensialan	293
12.8	Soal dan Penyelesaian	294
12.9	Soal dan Penyelesaian	295
12.10	Turunan Berarah dan Gradien	296
12.11	Soal dan Penyelesaian	299
12.12	Aturan Rantai	301
12.13	Soal dan Penyelesaian	302
12.14	Bidang Singgung-Aproksimasi	305
12.15	Soal dan Penyelesaian	309
12.16	Maksimum dan Minimum	311
12.17	Soal dan Penyelesaian	313
12.18	Metode Langrange	317
	Soal dan Penyelesaian	320

Bab 13. Integral

13.1	Integral
13.2	Soal
13.3	Integral
13.4	Soal
13.5	
13.6	
13.7	
13.8	
13.9	

Bab 13. Integral dalam Ruang-n	325
13.1 Integral Riemann.....	325
13.2 Soal dan Penyelesaian	329
13.3 Integral Lipat-Dua Atas Empat Persegipanjang.....	337
13.4 Soal dan Penyelesaian	338
13.5 Integral Lipat-Dua Atas Daerah Bukan Empat Persegi panjang.....	358
13.6 Soal dan Penyelesaian	360
13.7 Integral Lipat-Dua pada Koordinat Kutub.....	381
13.8 Soal dan Penyelesaian	382
13.9 Penerapan Integral Lipat-Dua	398
13.9.1 Massa	398
13.9.2 Soal dan Penyelesaian.....	399
13.9.3 Pusat Massa	400
13.9.4 Soal dan Penyelesaian.....	401
13.10 Integral Lipat-Tiga (Koordinat Kartesian).....	403
13.11 Soal dan Penyelesaian	405
13.12 Integral Lipat-Tiga (Koordinat Tabung)	410
13.13 Soal dan Penyelesaian	411
13.14 Integral Lipat-Tiga (Koordinat Bola)	415
13.15 Soal dan Penyelesaian	417
 Bab 14. Persamaan Diferensial	 423
14.1 Persamaan Diferensial	423
14.2 Persamaan Diferensial Linear Orde Pertama dengan Pemisahan Variabel.....	424
14.3 Soal dan penyelesaian	426
14.4 Persamaan Diferensial Linear Orde Pertama	43

14.5	Soal dan Penyelesaian	434
14.6	Persamaan Diferensial Orde Pertama yang Homogen ..	447
14.7	Soal dan Penyelesaian	449
14.8	Persamaan Diferensial Orde Satu Eksak	460
14.9	Soal dan Penyelesaian	468
14.10	Persamaan Diferensial Linear Orde Kedua	476
14.11	Soal dan Penyelesaian	476
14.12	Persamaan Diferensial Linear Homogen dengan Koefisien Tetap Orde ke-n	480
14.12.1	Ada n Buah Nilai k yang Riil dan tak Sama ...	481
14.12.2	Soal dan Penyelesaian	481
14.12.3	Ada Nilai k yang Riil tapi p Buah Sama Nilainya (kembar)	484
14.12.4	Soal dan Penyelesaian	485
14.12.5	Ada Nilai k Beberapa atau Semuanya tidak Riil	488
14.12.6	Soal dan Penyelesaian	489
14.13	Persamaan Nonhomogen dengan Koefisien Tetap	493
14.14	Soal dan Penyelesaian	494
14.15	Variasi dari Parameter	496
14.16	Soal dan Penyelesaian	497

Bab 15.	Bilangan Kompleks	499
15.1	Sistem Bilangan Kompleks	499
15.1.1	Definisi	500
15.1.2	Penjumlahan, Pengurangan, Perkalian, Pembagian	500
15.1.3	Bidang Kompleks	501
15.1.4	Bilangan Konjugat Kompleks: $\bar{z}$	502

15.1.5	Soal dan Penyelesaian.....	504
15.2	Bentuk Kutub (polar) dari Bilangan Kompleks	505
15.2.1	Operasi perkalian dan Pembagian dalam Bentuk Kutub (Polar) dari Bilangan Kompleks	507
15.2.2	Bentuk Pangkat dan Akar dari Bilangan Kompleks	508
15.2.3	Soal dan Penyelesaian.....	509
15.3	Fungsi Analitik dan Turunan (<i>Derivative</i>)	513
15.3.1	Lingkaran (<i>Circle</i>) dan cakram (<i>Disk</i>)	513
15.3.2	Fungsi Kompleks.....	514
15.3.3	Limit dan Kekontinuan.....	515
15.3.4	Turunan (<i>derivative</i>) Fungsi Kompleks	516
15.4	Persamaan Cauchy-Riemann dan Persamaan Laplace .	516
15.4.1	Fungsi Analitik	516
15.4.2	Persamaan Cauchy-Riemann	517
15.4.3	Persamaan Laplace	517
15.4.4	Fungsi Harmonik	518
15.4.5	Soal dan Penyelesaian.....	518
15.5	Fungsi Eksponensial dari Bilangan Kompleks	524
15.6	Soal dan Penyelesaian	525
15.7	Fungsi Trigonometrik dan Fungsi Hiperbolik.....	528
15.8	Soal dan Penyelesaian	530
15.9	Logaritma dan Pangkat Umum	532
15.10	Soal dan Penyelesaian	533
Bab 16. Integrasi Kompleks.....		539
16.1	Integral Garis pada Bidang Kompleks.....	539
16.2	Metode Integrasi.....	542

Bab 16. Integrasi Kompleks.....		539
16.1	Integral Garis pada Bidang Kompleks.....	539
16.2	Metode Integrasi.....	542

16.3	Soal dan Penyelesaian	543
16.4	Teorema Integral Cauchy	549
16.5	Soal dan Penyelesaian	551
16.6	Eksistensi Integral Tak Tentu	553
16.7	Persamaan Integral Cauchy	554
16.8	Soal dan Penyelesaian	554
16.9	Turunan dari Fungsi Analitik	555
16.10	Latihan Soal dengan Penyelesaian	555

Bab 17. Barisan dan Deret Tak Terhingga

17.1	Barisan Tak Terhingga	557
17.2	Barisan Kompleks	558
17.2.1	Barisan Konvergen	559
17.2.2	Barisan Divergen	559
17.2.3	Soal dan Penyelesaian	560
17.3	Deret Tak Terhingga	561
17.4	Deret Kompleks	564
17.5	Uji Konvergensi pada Deret	565
17.5.1	Deret Positif: Uji Integral	565
17.5.1.1	Deret Bilangan Real	565
17.5.1.2	Deret Bilangan Kompleks	565
17.5.2	Teorema Divergensi	566
17.5.2.1	Deret Bilangan Real	566
17.5.2.2	Deret Bilangan Kompleks	566
17.5.3	Uji Banding	566
17.5.3.1	Deret Bilangan Real	566
17.5.3.2	Deret Bilangan Kompleks	567
17.5.4	Uji Ratio	567

17.5.4.1	Deret Bilangan Real	567
17.5.4.2	Deret Bilangan Kompleks	567
17.5.5	Uji Akar	568
17.5.5.1	Deret Bilangan Real	568
17.5.5.2	Deret Bilangan Kompleks	568
17.5.6	Deret Berganti Tanda, Kekonvergenan Mutlak	569
17.5.6.1	Deret Bilangan Real	569
17.5.6.2	Deret Bilangan Kompleks	569
17.6	Soal dan Penyelesaian Deret Bilangan Real	569
17.7	Soal dan Penyelesaian Deret Bilangan Kompleks	590

Bab 18. Deret Pangkat	599
18.1 Deret Pangkat	599
18.2 Soal dan Penyelesaian	600
18.3 Operasi-operasi pada Deret Pangkat	602
18.4 Bentuk Umum Deret Pangkat kompleks	603
18.5 Soal dan Penyelesaian Deret Pangkat Kompleks	604
18.6 Deret Pangkat dan Fungsi Analitik	615
18.7 Soal dan Penyelesaian	616

Bab 19. Deret Taylor dan Deret Maclaurin	621
19.1 Deret Taylor dan MacLaurin Bilangan Real	621
19.2 Beberapa Deret Taylor Khusus	622
19.3 Deret Pangkat Kompleks	624
19.4 Deret Taylor Kompleks	625
19.5 Beberapa Deret Taylor Kompleks Khusus	625
19.6 Soal dan Penyelesaian	627

Bab 20. Deret Laurent dan Integral Residu	635
20.1 Bentuk Umum Deret Laurent	635
20.2 Soal dan Penyelesaian	637
20.3 Integral Residu	647
20.3.1 Residu untuk Simple Poles	647
20.3.2 Residu pada Poles Ber-Orde Banyak	648
20.3.3 Soal dan Penyelesaian	648
20.3.4 Pemanfaatan Residu dalam Integral Kompleks	654
20.3.5 Soal dan Penyelesaian	655
20.3.6 Soal (Tambahan) dan Penyelesaian	658
20.3.7 Integrasi Residu dari Integral Riil	662
20.3.8 Soal dan Penyelesaian	663
20.3.9 Cauchy Principal Value	664
20.3.10 Soal dan Penyelesaian	665

Bab 21. Sistem Persamaan Linear dan Matriks	669
21.1 Pengantar Sistem Persamaan Linear (SPL)	669
21.2 Penyelesaian Persamaan Linear	670
21.2.1 Operasi Baris Elementer	672
21.2.2 Eliminasi Gaussian	673
21.2.3 Sistem Persamaan Linier Homogen	675
21.2.4 Soal dan Penyelesaian	677

Bab 22. Konsep Matriks dan Operasi Matriks	681
22.1 Matriks dan Operasi Matriks	682
22.2 Hasil Kali Matriks sebagai Kombinasi Linier	683
22.3 Bentuk Matriks dari Suatu Sistem Persamaan Linier ...	684
22.4 Transpos Suatu Matriks	684

22.5	Aturan Aritmetika Matriks.....	685
22.6	Matriks Nol	685
22.7	Matriks Identitas, I_n	686
22.8	Invers dari Sebuah Matriks.....	686
22.9	Determinan Matriks	687
22.10	Pangkat Suatu Matriks	691
22.11	Matriks Diagonal, Segitiga dan Simetris	691
22.12	Nilai Eigen dan Vektor Eigen.....	692
22.13	Menentukan Nilai Eigen, Vektor eigen	693
22.14	Soal dan Penyelesaian	694

Bab 23. Vektor Ruang D-2, D-3 703

23.1	Definisi Vektor dan Skalar	703
23.2	Vektor Ruang Dimensi - 2.....	704
23.3	Vektor Ruang Dimensi - 3.....	704
23.4	Sifat-sifat Operasi Vektor	705
23.5	Hasil Kali Titik Vektor-vektor (<i>Dot Product</i>)	706
23.6	Hasil Kali Silang Vektor-vektor (<i>Cross Product</i>).....	706
23.7	Vektor Satuan Standar	707
23.8	Soal dan Penyelesaian	707

Bab 24. Transformasi Linear 709

24.1	Fungsi-fungsi Dari R^n ke R^1	709
24.2	Transformasi Linear Dari R^n ke R^m	710
24.3	Geometri Transformasi Linear	711
24.3.1	Operator Pencerminkan	711
24.3.2	Operator Proyeksi	711