

RINALDI MUNIR

METODE NUMERIK

Revisi Kelima



Penerbit **INFORMATIKA**

METODE NUMERIK

S. Numerik ; analisis galat

Revisi Kelima

Rinaldi Munir

Tgl. Terima : 14-12-2022

No. Induk : 2664, MONOGRAF-PEPI-12-22

Asal Bahan Pustaka : (Beli / ~~Tukar~~ / ~~Hadiah~~)

Dari : Pengadaan TA 2022

MILIK / KOLEKSI

POLITEKNIK ENJINIRING PERTANIAN INDONESIA
(PEPI)



Penerbit INFORMATIKA

Metode Numerik

Penyusun	: RINALDI MUNIR Dosen Program Studi Teknik Informatika Sekolah Teknik Elektro dan Informatika Institut Teknologi Bandung
Penerbit	: Informatika Bandung
Pemasaran	: BI-Obses Pasar Buku Palasari No. 82 Bandung 40264 Telp. (022) 7317812 Fax. (022) 7317896
Cetakan	: Januari 2021
ISBN	: 978-623-7131-42-7

Copyright © 2021 pada Penerbit INFORMATIKA Bandung

Kata Pengantar

Buku adalah gudang ilmu pengetahuan, demikian kata orang bijak. Banyak buku berarti banyak pilihan untuk mempelajari ilmu. Tetapi tidak semua buku memberikan ilmu secara lengkap dan menyeluruh, dengan mana orang cukup hanya membaca satu buku saja. Buku yang satu mungkin memuat pokok bahasan tertentu dengan lengkap dan gamblang, tetapi untuk pokok bahasan lain sedikit sekali uraiannya. Ini mungkin terjadi karena penyusun mengarang buku dari sudut pandang dan kebutuhan yang berbeda.

Hal yang sama juga terjadi pada buku ajar (*textbook*) numerik. Saat ini terdapat puluhan buku ajar metode/analisis numerik. Masing-masing buku mempunyai kelebihan dan kekurangan sendiri. Idealnya mahasiswa mempunyai lebih dari satu buku, sehingga satu buku melengkapi buku lainnya. Tetapi mahasiswa agak kesulitan untuk menentukan buku mana yang harus dimiliki. Buku ini merangkum materi numerik dari berbagai buku ajar yang judul bukunya dapat dilihat di dalam Daftar Pustaka. Materi dari buku yang satu diambil lalu diramu dengan materi dari buku yang lain, sehingga jadilah sebuah catatan kuliah yang lengkap. Jadi, buku ini bukanlah murni karangan penyusun sendiri, tetapi merupakan kompilasi dari berbagai buku. Seorang filsuf Arab, Fakhruddin Ar-Rozzi, pernah mengatakan: "*Tiada yang kita perbuat selama hidup ini selain dari mengumpulkan kata si fulan dan kata si anu*". Tulisan orang lain dikumpulkan lalu ditambah dengan ulasan kita sendiri, jadilah ia sebuah buku. Buku acuan yang utama menjadi pegangan penyusun adalah buku [CHA91]. Banyak materi dan contoh-contoh yang dikutip dari buku tersebut. Kejujuran ilmiah tetap harus dipegang, maka penyusun menyebutkan buku sumber yang dijadikan acuan dengan cara menuliskan tiga huruf pertama nama pengarang dan tahun terbitan buku, seperti [CHA91], [MAT93], dan sebagainya.

Buku ini pada mulanya adalah diktat kuliah di Jurusan (sekarang Departemen) Teknik Informatika ITB. Pada kenyataannya, diktat tersebut juga banyak digunakan mahasiswa dari Jurusan lain di ITB serta mahasiswa dari luar ITB. *Foto copy* diktat juga terdapat pada beberapa pusat *foto copy* di Bandung. Karena minat yang besar terhadap diktat tersebut, maka penyusun memutuskan untuk menerbitkannya menjadi buku agar penggunaannya dapat lebih luas serta mendorong penguasaan ilmu pengetahuan bagi masyarakat Indonesia. Buku ini juga dapat digunakan oleh mahasiswa non-informatika sekalipun, yang di dalam kuliahnya memerlukan komputasi secara numerik.

Karena pada mulanya diktat kuliah Metode Numerik ditujukan untuk mahasiswa Teknik Informatika, maka "warna" informatika terasa kental di dalamnya. Metode numerik yang dibahas sedapat mungkin disertai dengan algoritmanya yang ditulis dalam notasi bahasa Pascal. Tujuannya adalah agar mahasiswa dapat mengenal implementasi metode numerik ke dalam program komputer.

Contoh-contoh program komputer di dalam menunjukkan bahwa penggunaan komputer dalam metode numerik sudah menjadi keharusan, karena perhitungan dengan tangan biasanya pekerjaan yang menjemukan dan melelahkan. Hal ini mengingat volume perhitungan dalam metode numerik umumnya sangat besar. Karena itu, belajar metode numerik tanpa mencoba memprogramnya terasa hambar. Metode numerik dan program komputer merupakan kesatuan yang saling berkait erat dan saling genap menggenapi. Bagi mahasiswa Teknik Informatika, menulis program adalah keahlian yang harus dimiliki.

Penggunaan istilah asing dalam buku ini diusahakan sesedikit mungkin dan diusahakan padan katanya dalam Bahasa Indonesia. Karena kita adalah orang Indonesia dan bahasa resminya adalah Bahasa Indonesia, maka sudah selayaknya kita memakai istilah dalam bahasa kita sendiri. Disamping karena kecintaan kepada bahasa negeri sendiri, kita juga mempunyai kewajiban moral untuk membudayakan pemakaian bahasa Indonesia sebagai bahasa IPTEK. Mungkin karena istilah dalam bahasa Indonesia itu masih belum lazim bagi sebagian besar orang, maka, agar mahasiswa tidak bingung, pada bagian awal buku ini diberikan daftar padan kata Bahasa Inggris - Bahasa Indonesia. Anda dapat mengacu ke daftar itu setiap kali menemukan kata yang dirasakannya masih "asing" di telinga.

Sebagai sebuah karya manusia, tentu buku ini masih banyak mengandung kelemahan. Maklumlah tidak ada gading yang tak retak. Karena itu, penyusun menerima dengan senang hati segala kritik dan saran demi perbaikan buku untuk masa yang akan datang. Anda dapat menuliskan e-mail ke rinaldi@informatika.org. Akhir kata, penyusun tidak lupa mengucapkan syukur alhamdulillah kepada Allah S.W.T yang telah memberikan kekuatan lahir dan batin dalam penyusunan diktat ini. Atas ridha-Nya-lah diktat ini selesai dan akhirnya sekarang berada di tangan Anda.

Penulis

Daftar Isi

KATA PENGANTAR	iii
DAFTAR ISI	v
DAFTAR PADAN KATA	xi

1. METODE NUMERIK SECARA UMUM 1

1.1 Metode Analitik versus Metode Numerik	5
1.2 Metode Numerik dalam Bidang Rekayasa	7
1.3 Apakah Metode Numerik Hanya untuk Persoalan Matematika yang Rumit Saja ?	8
1.4 Peranan Komputer dalam Metode Numerik	9
1.5 Mengapa Kita Harus Mempelajari Metode Numerik ?	10
1.6 Tahap-tahap Memecahkan Persoalan Secara Numerik	11
1.7 Peran Ahli Informatika dalam Metode Numerik	12
1.8 Perbedaan Metode Numerik dengan Analisis Numerik	13
1.9 Materi Apa yang Terdapat di dalam Buku Ini ?	14

2. DERET TAYLOR DAN ANALISIS GALAT 17

2.1 Deret Taylor	18
2.2 Analisis Galat	23
2.3 Sumber Utama Galat Numerik	25
2.3.1 Galat Pemotongan	25
2.3.2 Galat Pembulatan	28
2.3.3 Galat Total	30
2.4 Orde Penghampiran	31

5.6	Polinom Newton-Gregory	224
5.6.1	Polinom Newton-Gregory Maju	224
5.6.1.1	Tabel Sesilih Maju	224
5.6.1.2	Penurunan Rumus Polinom Newton-Gregory Maju	224
5.6.1.3	Menghitung Batas Galat Interpolasi Polinom Newton-Gregory Maju	224
5.6.1.4	Taksiran Galat Interpolasi Newton-Gregory Maju	231
5.6.1.5	Manfaat Tabel Selisih Maju	232
5.6.2	Polinom Interpolasi Newton-Gregory Mundur	233
5.7	Ekstrapolasi	236
5.8	Interpolasi Dwimatra	239
5.9	Contoh Soal Terapan Interpolasi	239
5.10	Regresi	242
5.10.1	Regresi Lanjar	243
5.10.2	Pelajaran	246
5.11	Contoh Penerapan Regresi dalam Bidang Rekayasa	250
6	INTEGRASI NUMERIK	263
6.1	Terapan Integral dalam Bidang Sains dan Rekayasa	265
6.2	Persoalan Integrasi Numerik	267
6.3	Metode Pias	268
6.3.1	Kaidah Segiempat	269
6.3.2	Kaidah Trapesium	271
6.3.3	Kaidah Titik Tengah	273
6.3.4	Galat Metode Pias	276
6.3.4.1	Galat Kaidah Trapesium	277
6.3.4.2	Galat Kaidah Titik Tengah	280
6.4	Metode Newton-Cotes	281
6.4.1	Kaidah Trapesium	282
6.4.2	Kaidah Simpson 1/3	284
6.4.3	Kaidah Simpson 3/8	292
6.4.4	Metode Integrasi Numerik Untuk h yang Berbeda-beda	295
6.4.5	Bentuk Umum Metode Newton-Cotes	296
6.5	Singularitas	298
6.6	Penggunaan Ekstrapolasi untuk Integrasi	302
6.6.1	Ekstrapolasi Richardson	303
6.6.2	Metode Romberg	307
6.6.3	Ekstrapolasi Aitken	312

6.7	Integral Ganda	316
6.8	Kuadratus Gauss	319
6.9	Contoh Soal Terapan	328

7 TURUNAN NUMERIK 335

7.1	Persoalan Turunan Numerik	336
7.2	Tiga Pendekatan dalam Menghitung Turunan Numerik	337
7.3	Penurunan Rumus Turunan dengan Deret Taylor	338
7.4	Penurunan Rumus Turunan Numerik dengan Polinom Interpolasi	342
7.5	Menentukan Orde Galat	345
7.6	Program Menghitung Turunan	345
7.7	Ringkasan Rumus-rumus Turunan	346
7.8	Contoh Perhitungan Turunan	348
7.9	Ekstrapolasi Richardson	349
7.10	Terapan Turunan Numerik dalam Bidang Pengolahan Citra	352

8 SOLUSI PERSAMAAN DIFERENSIAL BIASA 361

8.1	Kelompok Persamaan Diferensial	362
8.2	Terapan Persamaan Diferensial	363
8.3	PDB Orde Satu	365
8.4	Metode Euler	366
8.4.1	Tafsiran Geometri Metode PDB	368
8.4.2	Analisis Galat Metode Euler	369
8.5	Metode Heun (Perbaikan Metode Euler)	372
8.5.1	Tafsiran Geometri Metode Heun	373
8.5.2	Galat Metode Heun	373
8.5.3	Perluasan Metode Heun	377
8.6	Metode Deret Taylor	378
8.7	Orde Metode PDB	382
8.8	Metode Runge-Kutta	384
8.8.1	Metode Runge-Kutta Orde Satu	385
8.8.2	Metode Runge-Kutta Orde Dua	385
8.8.3	Metode Runge-Kutta Orde Tiga	389
8.8.4	Metode Runge-Kutta Orde Empat	390

8.9	Ekstrapolasi Richardson	391
8.10	Metode Banyak-Langkah	392
8.10.1	Metode Adams-Bashforth-Moulton	393
8.10.2	Metode Milne-Simpson	397
8.10.3	Metode Hamming	398
8.10.4	Prosedur Pendahuluan	398
8.10.5	Keidealan Metode <i>Predictor-Corrector</i>	399
8.11	Pemilihan Ukuran Langkah yang Optimal	401
8.12	Sistem Persamaan Diferensial	403
8.13	Persamaan Diferensial Orde Lanjut	406
8.14	Ketidakstabilan Metode PDB	409
8.15	Contoh Soal Terapan	411
Daftar Pustaka		419

Daftar Padan Kata Bahasa Inggris – Bahasa Indonesia

Inggris	Indonesia
<i>approximate</i> (v)	menghampiri
<i>approximation</i> (n)	hampiran
<i>accurate</i> (adj)	teliti
<i>array</i> (n)	larik
<i>continuous</i> (adj)	menerus, sinambung
<i>continuous function</i> (n)	fungsi menerus
<i>derivative</i> (n)	turunan
<i>discrete</i> (adj)	farik
<i>dimension</i> (n)	matra
<i>design</i> (art) (v)	meripta
<i>domain</i> (n)	ranah
<i>effective</i> (adj)	sangkil
<i>efficient</i> (adj)	mangkus
<i>efficiency</i> (n)	kemangkusan
<i>engineering</i>	rekayasa
<i>engineer</i>	rekayasawan
<i>error</i> (n)	galat
<i>estimate</i> (v)	menaksir, memperkirakan
<i>estimation</i> (n)	taksiran
<i>exact</i> (adj)	sejati
<i>exact solution</i> (n)	solusi sejati
<i>floating-point numbers</i> (n)	bilangan titik-kambang
<i>generalize</i> (v)	merampatkan
<i>generalization</i> (n)	rampatan
<i>iteration</i> (n)	lelaran
<i>interval</i> (n)	selang
<i>subinterval</i> (n)	upaselang
<i>linier</i> (adj)	lanjar
<i>loop</i> (n)	kalang

2.5	Bilangan Titik-Kambang	32
2.5.1	Bilangan Titik-Kambang Ternormalisasi	33
2.5.2	Epsilon Mesin	35
2.5.3	Pembulatan pada Bilangan Titik-Kambang	39
2.5.4	Aritmetika Bilangan Titik-Kambang	41
2.5.4.1	Operasi Penambahan dan Pengurangan	42
2.5.4.2	Operasi Perkalian dan Pembagian	48
2.6	Perambatan Galat	49
2.7	Kondisi Buruk	50
2.8	Bilangan Kondisi	53

3. SOLUSI PERSAMAAN NIRLANJAR 59

3.1	Rumusan Masalah	61
3.2	Metode Pencarian Akar	62
3.3	Metode Tertutup	62
3.3.1	Metode Bagidua	66
3.3.2	Metode Regula Falsi	72
3.4	Metode Terbuka	77
3.4.1	Metode Lelaran Titik-Tetap	77
3.4.2	Metode Newton-Raphson	89
3.4.3	Orde Konvergensi Metode Terbuka	96
3.4.4	Metode Secant	99
3.5	Akar Ganda	103
3.6	Akar-akar Polinom	105
3.6.1	Metode Horner untuk Evaluasi Polinom	106
3.6.2	Pencarian Akar-akar Polinom	108
3.6.3	Lokasi Akar Polinom	112
3.7	Sistem Persamaan Nirlanjar	113
3.7.1	Metode Lelaran Titik-Tetap	113
3.7.2	Metode Newton-Raphson	116
3.8	Contoh Soal Terapan	118

4. SOLUSI SISTEM PERSAMAAN LANJAR 123

4.1	Bentuk Umum Sistem Persamaan Lanjar	126
4.2	Metode Eliminasi Gauss	127
4.2.1	Tata-ancang <i>Pivoting</i>	131
4.2.2	Penskalaan	138
4.2.3	Kemungkinan Solusi SPL	139
4.3	Metode Eliminasi Gauss-Jordan	142
4.4	Metode Matriks Balikan	146
4.5	Metode Dekomposisi LU	148
4.5.1	Pemfaktoran dengan Metode LU Gauss	150
4.5.2	Metode Reduksi Crout	155
4.6	Determinan	158
4.7	Kondisi Buruk	162
4.8	Bilangan Kondisi Matriks	168
4.9	Metode Lelaran Untuk Menyelesaikan SPL	173
4.9.1	Metode Lelaran Jacobi	175
4.9.2	Metode Lelaran Gauss-Seidel	176
4.10	Contoh Soal Terapan	180

5. INTERPOLASI DAN REGRESI 189

5.1	Persoalan Interpolasi Polinom	192
5.1.1	Interpolasi Lanjar	193
5.1.2	Interpolasi Kuadratik	196
5.1.3	Interpolasi Kubik	197
5.2	Polinom Lagrange	199
5.3	Polinom Newton	204
5.4	Keunikan Polinom Interpolasi	212
5.5	Galat Intepolasi Polinom	214
5.5.1	Batas Antara Galat Interpolasi Untuk Titik-titik yang Berjarak Sama	219
5.5.2	Taksiran Galat Interpolasi Newton	222
5.5.3	Taksiran Galat Interpolasi Lagrange	224

manipulate (v)

multistep (n)

non linier (adj)

problem (n)

plot (v)

round-off (n)

rule (n)

single-precision numbers (n)

double-precision numbers (n)

strategy (n)

substitute (v)

substitution (n)

significant figure (digit) (n)

subscript (n)

stagnant (adj)

step (n)

strip (n)

truncation (n)

mengutak-atik

bahu-langkah

nirlanjar

soal, persoalan, masalah

merajah

pembualatan

aturan

bilangan berketelitian tunggal

bilangan berketelitian ganda

tata-ancang

menyulih

sulihan

angka bena, angka berarti

tikalas

mandek

langkah

pias

pemotongan